

## 1-1 無限の猿定理とはどんな定理か

猿が十分に長い時間をかけてキーボードを適当に打ち続けると、やがてシェイクスピアの作品の文章ができあがる。これが無限の猿定理です。これは十分に長い時間をかけてランダムに1文字ずつ打ち出すと、どんな文字列でも作り上げられるという意味です。この定理によると、250ページほどの本書も十分に時間さえかければ何の意図もなくできあがってしまうことになります。

### ▶ 図1-1 猿はシェイクスピアの作品を打ち出せるのか



もっとも猿がキーボードを万遍なく適当に打ち続けるという条件は無理があります。きっと猿は同じキーをずっと打ち続けたり、キーボードを壊したりしてしまうでしょう。猿どころか人間も同じでしょう。気がついたら寝ぼけまなこで同じキーを押しっぱなしなんてことになりかねません。ですから、猿を使った説明はあくまでも比喩です。そこで、ここではコンピュータで乱数を発生させてランダムに文字を打ち出すと考えることにしましょう。

## 1-2 確率について考えてみよう

ランダムに文字を打ち出し、その一連の文字が特定の文字列になるかどうかは確率の問題です。確率とはある条件を満たす現象が起こる割合のことです。起こりうるすべての現象の数を  $N$  とし、ある条件を満たす現象の数を  $n$  とすると、確率は  $n/N$  となります。例えば、1枚のコインを1回だけ放り投げて表が出る確率を考えてみましょう。起こりうるすべての現象の数  $N$  はコインの表か裏が出ることから2通りです。表が出る現象の数  $n$  は1通りですから、表が出る確率は  $n/N=1/2$  となります。裏が出る確率も同様に  $n/N=1/2$  となります。

### ▶ 図1-2 1枚のコインを1回だけ放り投げたときの確率



起こりうる現象の数  $N=2$  (表と裏)

ある条件を満たす現象の数  $n$  表の場合  $n=1$  裏の場合  $n=1$

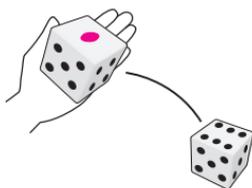
表の出る確率  $=1/2$  裏の出る確率  $=1/2$

次に、サイコロの目が出る確率とスロットの目が出る確率について考えてみましょう。

まず、1つのサイコロを1回投げたときにある目が出る確率を求

めてみましょう。サイコロの目は1から6まで6通りあります ( $N$ )、そのうちある1つの目 ( $n$ ) が出る確率は  $n/N=1/6$  となります。続いて偶数の目が出る確率を求めてみましょう。6通りのサイコロの目 ( $N$ ) のうち、偶数は2、4、6の3通り ( $n$ ) ですから、1つのサイコロを1回投げたときに偶数の目が出る確率は  $1/2$  となります。

▶ 図1-3 サイコロを1回投げたときにある目が出る確率



(A) ある1つの目が出る確率



起こりえる現象の数

$N = 6$  (1~6まで6通り)

特定の1つの目の数

$n = 1$  (1~6までのどれか)

あるひとつの目が出る確率

$n/N = 1/6$

(B) 偶数の目が出る確率



起こりえる現象の数

$N = 6$  (1~6まで6通り)

偶数の目が出る数

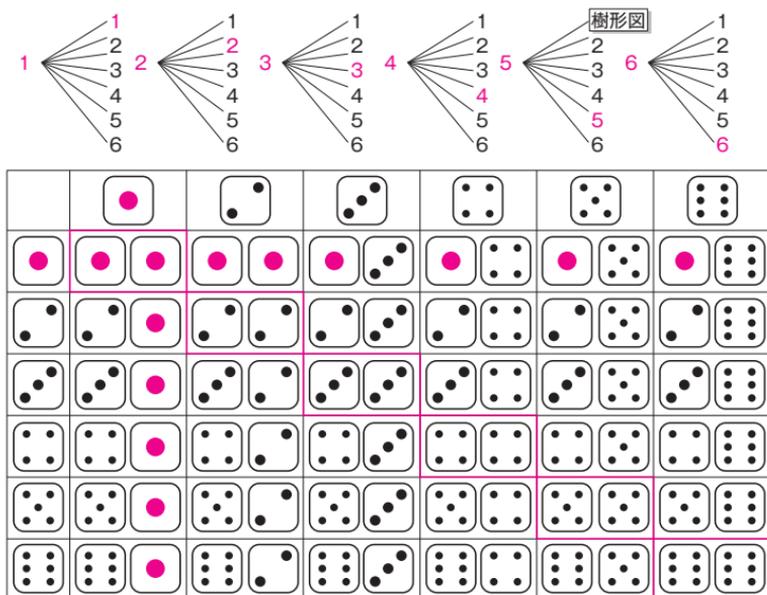
$n = 3$  (2、4、6のどれか)

偶数の目が出る確率

$n/N = 3/6 = 1/2$

続いて、2つのサイコロを1回投げたときに同じ目になる確率を求めてみましょう。この場合、サイコロの目の数 ( $N$ ) は  $6 \times 6 = 36$  通りで、サイコロの目が同じになるのは1から6までの6通りです ( $n$ )。したがって、2つのサイコロを1回だけ投げたときに同じ目になる確率は  $n/N = 6/36 = 1/6$  となります。

▶ 図1-4 2個のサイコロを1回投げたときに同じ目になる確率



起こりえる現象の数  $N=36$  通り

同じ目が出る数  $n=6$  通り

同じ目が出る確率  $n/N = 6/36 = 1/6$

サイコロの数をさらに増やすと確率がどうなるか考えてみましょう

う。サイコロが3つの場合は、 $N=6^3$ 通り、 $n=6$ 通りですから、その確率は $n/N=6/6^3=1/6^2=1/36$ となります。サイコロの数が $m$ 個の場合は、 $n/N=6/6^m=1/6^{(m-1)}$ となります。このように、サイコロの数が増えるほど、目がそろふ確率は小さくなります。

この確率は次のように考えることも可能です。2つのサイコロを続けて投げる場合、最初のサイコロの目は何でも構いませんので $6/6$ 、次のサイコロの目は最初のサイコロの目と同じでなければなりませんので $1/6$ となります。したがって、2つのサイコロを1回投げたときに同じ目になる確率は $6/6 \times 1/6=1/6$ となります。サイコロが3つの場合は $6/6 \times 1/6 \times 1/6=1/36$ 、サイコロの数が $m$ 個の場合は、 $6/6 \times (1/6)^{(m-1)} = 1/6^{(m-1)}$ となります。

それでは、3つの目が出るスロットマシンについて考えてみましょう。スロットの目を0～9とすると、目の組み合わせの数( $N$ )は $10^3$ で1000通りです。スロットの目が揃うのは0から9までの10通り( $n$ )ですから、その確率は $n/N=1/100$ となります。これは $10/10 \times 1/10 \times 1/10=1/100$ と求めることもできます。例えば、スロットの目が777になるのは1通りですから、その確率は $1/1000$ となります。スロットの目が左から123になるのも1通りですから、その確率は $1/1000$ です。これは $1/10 \times 1/10 \times 1/10 = 1/1000$ と求めることができます。