

Hint

「差を和で求める!」ではなく、知っている公式を使ってみましょう。

「 $2k$ の和」と「 -1 の和」に分けて計算します。

パッとわかる方法も用意しています。

解答

まず和を書き並べ、「 $2k$ の和」と「 -1 の和」に分けて、それぞれを計算していきます。すると

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (2k-1) \\ &= (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + \cdots + (2n - 1) \\ &= 2(1 + 2 + 3 + \cdots + n) - (1 + 1 + 1 + \cdots + 1) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n \\ &= n^2 \end{aligned}$$

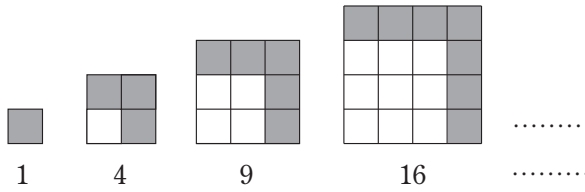
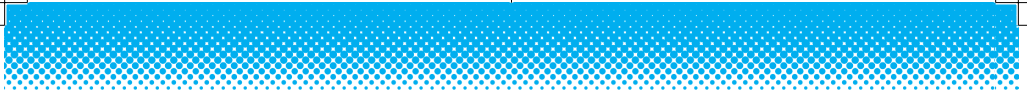
となります。

..... 終

ちょうどキレイにまとまって、平方数 n^2 になりましたね。

こういうときは、何か秘密が隠れているもの。平方数から正方形の面積が連想できないでしょうか？

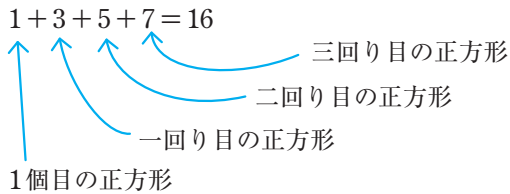
次の図を見てみましょう。



1つ目の正方形が面積1としたら、正方形を一回り大きくしていくのに、小さい正方形■が

3, 5, 7,

個ずつ増えています。だから、例えば16は



となるのです。

奇数を順に足していくと、正方形の面積になるので、値が平方数なのです！図で考えられるのが面白いですね！

奇数の和は、平方数。

では、こんな問題になったらどうしますか？