

1 極限の記号

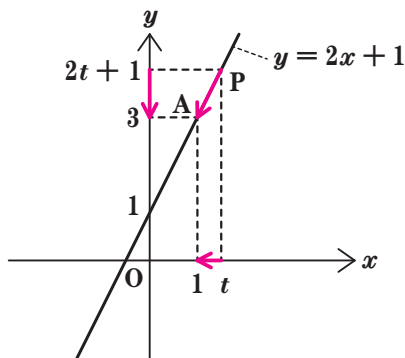
高校で履修した数Ⅱの微分の単元で出てきた \lim (極限という英語 limit からとった) の記号から復習しましょう。例えば、

$$\lim_{t \rightarrow 1} (2t+1)$$

は、 $2t+1$ という関数で、 t の値を 1 に近づけていったときの極限の値 ($2t+1$ が近づく値) を表しています。この場合は、 $2t+1$ の t に 1 を代入して $2 \cdot 1 + 1 = 3$ となります。

グラフで表すと下図のようになります。A(1, 3)、P(t , $2t+1$) のとき、 t が 1 に近づいていくと、P は A に近づいていきます。

このように単に代入すれば解けるとい問題は、あまり取り上げられません。問題になるのは次のような場合です。



問題 次の極限を求めよ。

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - t - 1}{t - 1}$$

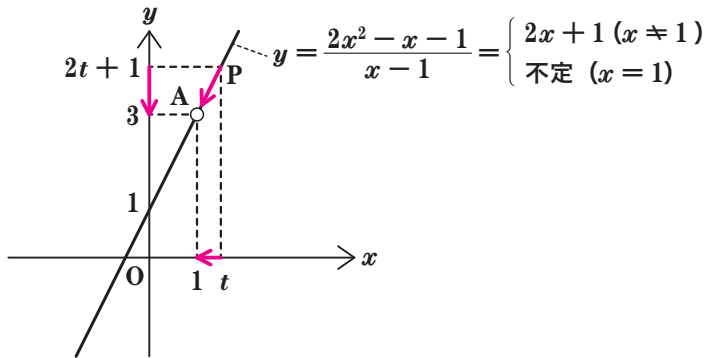
初めの極限のように $t=1$ をそのまま代入すると、分母も 0、分子も 0 になって、極限が求まりません。これは分子を因数分解して、次のように解きます。

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - t - 1}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(2t+1)(t-1)}{t-1} = \lim_{t \rightarrow 1} (2t+1)$$

つまり、問題の関数 $\frac{2x^2-x-1}{x-1}$ は、 x が1以外のところでは分子・分母にあ

る因数 $(x-1)$ がキャンセルされて $2x+1$ に等しく、 $x=1$ では値が定まっていない関数なんです。 $x=1$ で値を持たない関数であっても、 x が1以外のところでは値を持ちますから、 x が1に近づいたところでの極限を考えられるのですね。

図で表すと次のようになります。A(1, 3)のところは白丸になっていて抜けていますが、P(t , $2t+1$)はAに向かって近づいていきます。



数Ⅲ・大学の微積分では、この記号「lim」を用いて、「極限を求めよ」という設問が多くあります。慣れるようにしましょう。