5-1 複素数とは

●複素数とは

複素数とは、$a+jb$ の形で表される数の一種で、a と b には -2、-1、0、1、2 などの整数、0.1、0.2、-0.1、-0.2 などの小数、その他 0、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$ などの実数が入ります。

j は**虚数単位**といいます。数学では虚数単位は i とすることが多いですが、i は電流と混同しやすいため、電気の世界では j を用います。2 乗するとマイナスの値になる数のことを**虚数**といい、j^2 は -1 と定義されています。

この複素数は、交流回路を解析する上で非常に役に立ちます。その使い方について、見ていきましょう。

●複素数と複素平面

複素数にはなぜ虚数が必要なのでしょうか。それを理解するために、複素数で頻繁に使用される複素平面で考えてみます。

複素平面とは、複素数を図で表すための平面です。横軸を実数軸、縦軸を虚数軸としますので、$a+jb$ の a は横軸が、jb は縦軸が対応しています。実数軸と虚数軸の交点を**原点**といい、原点は $0+j0$ とします。

複素平面で 1 を表すと、原点から右方向に 1 マス分の線となります。この 1 に j を繰り返しかけると

$$1\times j=j \rightarrow j\times j=j^2=-1 \rightarrow -1\times j=-j \rightarrow -j\times j=-j^2=1$$

となり、求められた答を複素平面で表すと、原点から右方向に 1 マスの線が、j をかけるたびに 0 を中心に 90° 左回転することがわかります。

反対に、1 を j で繰り返し割ると

$$\frac{1}{j}=\frac{1\times j}{j\times j}=\frac{j}{-1}=-j \quad \rightarrow \quad \frac{-j}{j}=-1$$

$$\rightarrow \quad \frac{-1}{j}=\frac{-1\times j}{j\times j}=\frac{-j}{-1}=j \quad \rightarrow \quad \frac{j}{j}=1$$

となり、j で割るたびに 0 を中心に 90° 右回転します。交流回路では、コンデンサやコイルに電圧をかけると、流れる電流の位相が進んだり遅れたりしますが、j が持つ 90° 回転させるという働きが交流回路の解析に役立ちます。

図 5-1-1　複素数

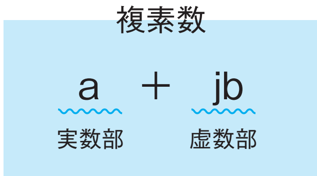
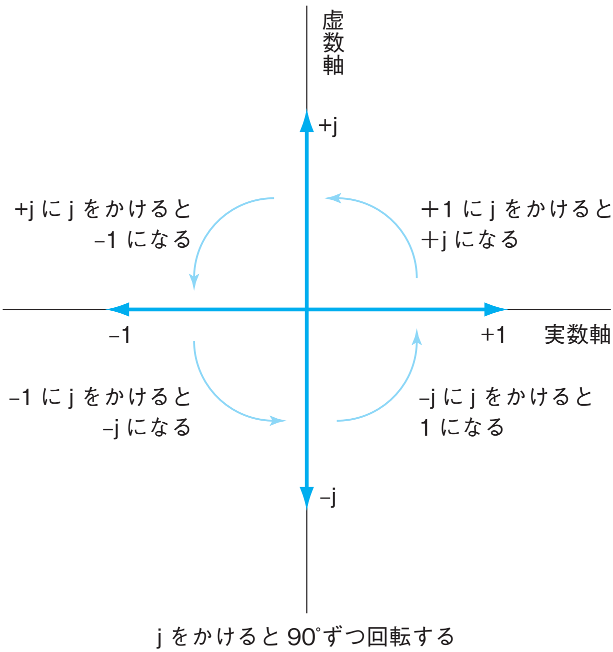


図 5-1-2　j の働き



5-2 複素数とベクトル

●ベクトルとは

温度、面積、重さ、個数など、大きさの量を**スカラー**といい、力、速度、運動量など、大きさと方向を持った量を**ベクトル**といいます。複素数は複素平面で大きさと方向を表すことができるため、ベクトルとして扱います。

ベクトルを平面図で表すときは、矢印がついた直線で表します。直線の長さはベクトルの大きさを表し、長いほどベクトルの大きさが大きいことになります。また、矢印はベクトルの方向を表します。矢印が始まる点を**始点**といい、矢印の先端の点を**終点**といいます。平面図上の点Aを始点、点Bを終点としたベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と表します。

電気の世界では、ベクトルは任意のアルファベットの上にベクトルであることを表すドットという点を打って、$\dot{\mathrm{X}}$ のように表します。したがって、$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ も $\dot{\mathrm{X}}$ のように表します。

●複素数とベクトル

複素数 $a+jb$ は、平面図上で表すと、始点が原点、終点が原点から右に a マス、上に b マス進んだ点となるベクトルになります。このように、複素数は複素平面図にベクトルとして表すことができます。

コイルに100［V］の電圧をかけ、50［A］流れたときのベクトルの関係を考えてみます。複数のベクトルを考える場合、基準となるベクトルはどれにするか決める必要があります。通常は電圧のベクトルを基準とし、基準となるベクトルは、複素平面の0°の位置に書きます。電圧のベクトルを $\dot{V}$ とすると、複素数では $\dot{V}=100+j0$ と表し、複素平面では原点から右方向に100目盛の線となります。

コイルに流れる電流は電圧より90°遅れるので、$\dot{V}$ から90°遅れた位置となります。コイルに流れる電流を $\dot{I}$ とすると、複素数では $\dot{I}=-j50$ と表し、複素平面では原点から下方向に50目盛のベクトルになります。

図 5-2-1　大きさと方向

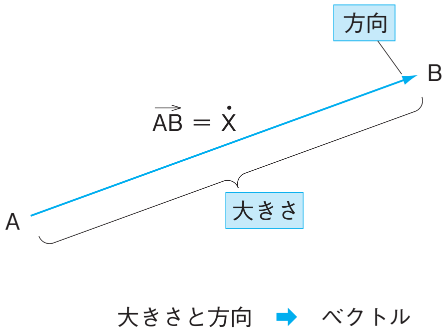


図 5-2-2　複素数とベクトル