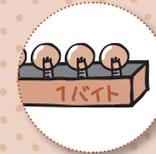


# 基礎理論 (離散数学)



コンピュータは電気でものを考えます

正確に言うと、電気のオンオフものを考える

この最小となる単位を「ビット(bit)」と呼びます

1ビットで表現できる数字は、当然ながら0と1の2つだけ

3つあるなら 3ビット

オフなら 0

オンなら 1

う〜んう〜ん 「n個の数字」...であらわすのかな?

そのとおり、n個の数字であらわすから n進数

このnが、仮に8なら8進数

16なら16進数

1~8という数字を使って...

1~9とA~Fという数字を使って...

0 1 2 3 4 ... n

やったー!

8倍ずつ桁が増えていく

16倍ずつ桁が増えていく

つまりコンピュータは「2進数」で数をあらわします

一方、私たち人がものを数える時に使うのが「10進数」

こちらは0~9という10個の数字で数をあらわします

ではこれは? えぬ h進数

2倍ずつ桁が増えていく

10倍ずつ桁が増えていく

この時の、nにあたる数字のことを基数と呼びます

このように、コンピュータと人は、異なる基数でものを考える...

14

1110

同じ値

110000111001110

10110101001100110

キズ?

ボケなくていいから

# 2進数とn進数



← 0~9という10個の数字を使って数をあらわすのが **10進数**

0と1という2個の数字を使って数をあらわすのが **2進数**



...という2つの他に

情報処理の世界では次の2つもよく使います

8個の数字であらわす **8進数**  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \dots$

7の次で桁あがり

10個の数字と6個のアルファベットであらわす **16進数**  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow 10 \rightarrow 11 \dots$

Fの次で桁あがり



情報処理でよく使われるn進数には、10進数、2進数、8進数、16進数などがあります。

「コンピュータといえば2進数!」はもう基本中の基本。あと他によく使われるn進数として、8進数や16進数などがあります。いや、8進数は正直あまり使いませんが、でも情報処理の世界ではよく出てくるので無視できません。

そもそも、なぜ数の表現法をそんなに色々と併用しなきゃいけないのでしょうか?

それは、「8は $2^3$ 」「16は $2^4$ 」というところに答えが潜んでいます。

基本はやはり2進数。しかし、0と1しか使えない表記では、数をあらわすのにいちいち桁数が高くて仕方ありません。だから、一桁である程度まとまった区切りの数をあらわすことができ、かつコンピュータと相性の良いn進数表記が必要となります。

それがつまりは、8進数と16進数なわけ。

8は2の3乗。これなら、一桁に3ビット分の情報を持たせることができます。16なら2の4乗。

一桁で4ビット分の情報をあらわすことができる。

え?なんでそーなるのか?

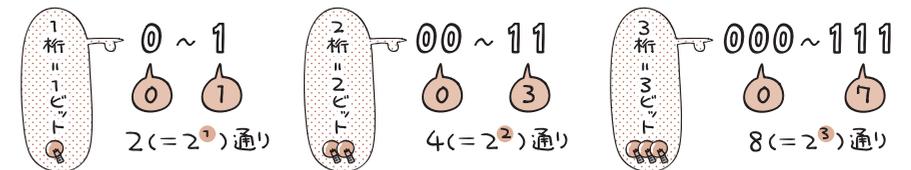
では、これらn進数の特徴をおさらいしながら、上記の理屈を再確認していきましょう。

## 2進数と各基数との関係

2進数で数をあらわすと、次のようになります。



つまり2進数であらわすことのできる数の範囲は、桁数によって次のように変化するわけです。



2の何乗通りになるのかと、ビット数の数字が一致しているところにちゃーもく!!

一方、8進数と16進数であらわすことのできる数は次の通り。

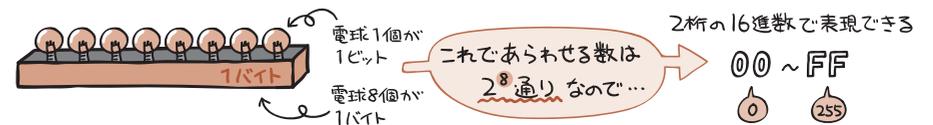
	1桁	2桁
8進数	$0 \sim 7$ $8 (= 2^3)$ 通り $2^3$ 通り	$00 \sim 77$ $64 (= 8^2)$ 通り $2^6$ 通り
16進数	$0 \sim F$ $16 (= 2^4)$ 通り $2^4$ 通り	$00 \sim FF$ $256 (= 16^2)$ 通り $2^8$ 通り

8進数の1桁が持つ情報量は、2進数の3桁に等しく...

16進数の1桁が持つ情報量は、2進数の4桁に等しいのがわかります。

このことから、8進数では1桁で3ビット分、16進数では1桁で4ビット分の情報を持たせることができるというわけですね。

コンピュータの世界では、8ビットを1単位とする**バイト**という単位が一般的です。このバイトをあらわす数として、16進数がよく用いられます。



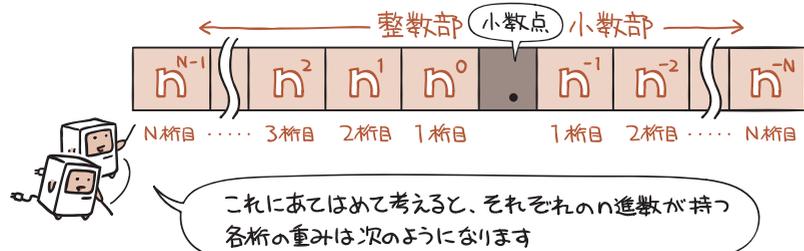
## 基数と桁の重み

2進数で示す数値はよく見ると、1桁あがるごとに倍々ゲームでその値が増えていくことがわかります。これを2進数を持つ各桁の**重み**といいます。

$$1 \rightarrow 10 \rightarrow 100 \rightarrow 1000 \rightarrow 10000 \rightarrow 100000 \dots$$

10進数 →  $\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \end{matrix}$

これは、「基数を累乗した数」というのがその正体で、他の基数においても同様です。したがって、n進数の持つ各桁の重みは、次の法則で決まります。



10進数	2進数
... 1000 100 10 1 . 1/10 1/100 1/1000 ...	... 8 4 2 1 . 1/2 1/4 1/8 ...
8進数	16進数
... 512 64 8 1 . 1/8 1/64 1/512 ...	... 4096 256 16 1 . 1/16 1/256 1/4096 ...

n進数では、各桁の数字に対して桁の重みをかけ算して合算することで、その数字が持つ値を導き出すことができます。

たとえば私たちは10進数には慣れてるので、「332.5」という数字があると、普通に「さんびやくさんじゅうにてんご」と認識することができます。あれも、自然と各桁の重みを使って次のような計算ができていくわけです。

## n進数と10進数間の基数変換

ある基数であらわした数値を、別の基数表現に置き換えるのが**基数変換**。ここでは2進数を例に、10進数への変換と、10進数からの変換方法を見ていきます。

### 10進数から10進数への基数変換

n進数から10進数への基数変換は、左ページでもふれたように、各桁の数に対して重みをかけ、それを合算することで求められます。

たとえば  $1101.011$  という2進数の場合だと...

2進数	1	1	0	1	.	0	1	1
各桁の重み	8	4	2	1		1/2	1/4	1/8
① 各桁の数に重みをかけた数を計算	8	4	0	1		0	0.25	0.125
② それらを合算すると10進数の数値となる	$= 13.375$							

### 10進数からn進数への基数変換(重みを使う方法)

10進数からn進数への基数変換は、上と逆の手順によって行うことができます。具体的には、10進数を桁の重みでわり算していき、その商を並べることで求められます。

たとえば  $13.375$  という10進数の場合だと...

10進数	13.375
各桁の重み	8 4 2 1 1/2 (0.5) 1/4 (0.25) 1/8 (0.125)
① 10進数を桁の重みでわり算して、商を下に書く	2進数 1 1 0 1 . 0 1 1
② 余りを次の桁でわり算して...と、余りが0になるまで繰り返すと2進数のできあがり!	$= 1101.011$

### 10進数からn進数への基数変換(わり算とかけ算を使う方法)

10進数からn進数への基数変換には、上記の他に「整数部は基数でわり算」「小数部は基数でかけ算」を行うことで求めるやり方があります。慣れてしまえば手早く計算を済ませることができると、前述の10進数「13.375」を例に計算方法を見てみましょう。