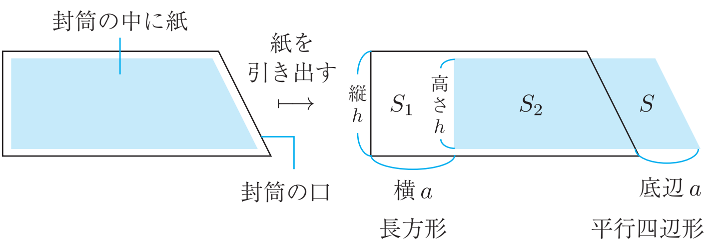
1.4 同じ形を用いて面積を求める

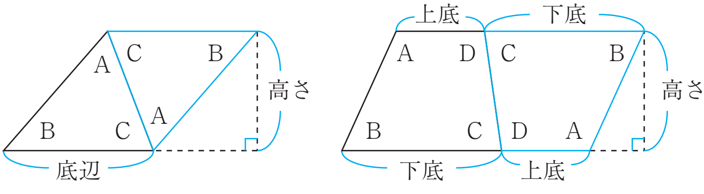
下左図のように，封筒の口が斜めになっている形の**封筒の中に，封筒と同じ形の紙**が入っているものとします。この封筒から紙を引き出します。すると，封筒から引き出された紙は平行四辺形の形をしています。また，封筒内にできた空洞部分は長方形の形をしています。封筒から引き出された紙の面積の分だけ，封筒内に空洞ができることから，この 2 つの形の面積は一致します。よって，平行四辺形の底辺を a，高さを h とすると，長方形の横が a，縦が h となるので，平行四辺形の面積 S は，$S = ah$ となります。



また，別の考え方もできます。上図のように，平行四辺形の面積を S，長方形の面積を S_1，重なった部分の面積を S_2 とします。S と S_2 をあわせた形と，S_1 と S_2 をあわせた形は同じな

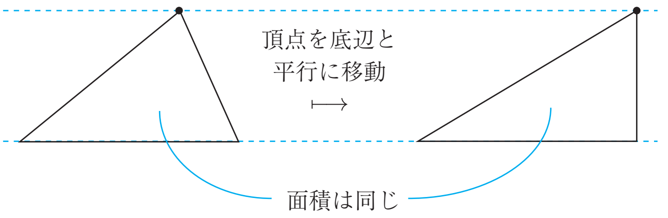
ので，$S + S_2 = S_1 + S_2$ となります。両辺から S_2 を引くと，$S = S_1$ です。つまり，「**平行四辺形の面積＝長方形の面積＝底辺 × 高さ**」となります。

いま，封筒と中の紙が同じ形ということを利用しました。同じ形というアイデアを用いて，三角形と台形の面積を求めてみましょう。下左図のように，同じ形の 2 つの三角形をくっつけると平行四辺形になります。よって,「**三角形の面積＝平行四辺形の面積の半分＝底辺 × 高さ ÷ 2**」となります。下右図のように，同じ形の 2 つの台形をくっつけると平行四辺形になります。よって,「**台形の面積＝平行四辺形の面積の半分＝（上底＋下底）× 高さ ÷ 2**」となります。

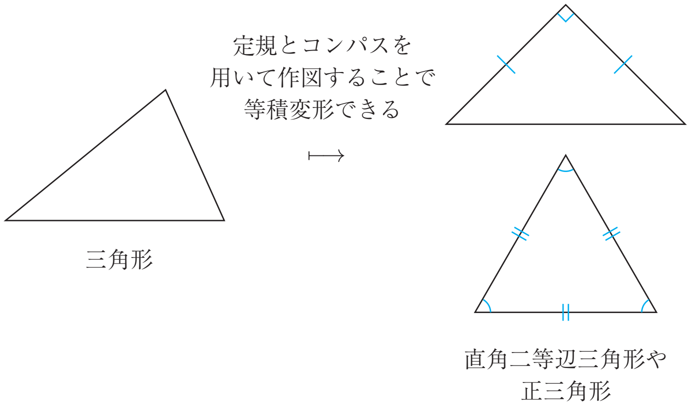


2 つの三角形　　2 つの台形

結局，三角形では底辺と高さがわかれば，面積を求められます。このことはまた，三角形の頂点を底辺と平行に移動させても面積は同じになることを意味します。一般に，面積が等しくなるように図形の形を変えることを等積変形といいます。



三角形の頂点を底辺と平行に移動させることで，任意の三角形を直角三角形や二等辺三角形に等積変形することができるとわかります。では，任意の三角形を直角二等辺三角形や正三角形に等積変形することはできるのでしょうか？　このような疑問は自然なことです。もとの三角形の面積を測り，直角二等辺三角形や正三角形の辺の長さを計算して求めればよいのですが，計算をしないで図形的に等積変形することはできるのでしょうか？　例えば，「定規とコンパスを用いて作図する」ことで，任意の三角形を直角二等辺三角形や正三角形に等積変形することはできるのでしょうか？　実は可能であることが知られています。



このような作図問題は古代ギリシャより多く考えられてきました。その中で長い間未解決だった問題があります。「定規とコンパスを用いて作図する」ことで，任意の円を正方形に等積変形することはできるか？　これは 19 世紀にリンデマンが円周率が超越数であることを証明したことにより，不可能であることが証明されました。